

제5장

운동의 법칙

The Laws of Motion



- 5.1 힘의 개념
- 5.2 뉴턴의 제1법칙과 관성틀
- 5.3 질 량
- 5.4 뉴턴의 제2법칙
- 5.5 중력과 무게
- 5.6 뉴턴의 제3법칙
- 5.7 뉴턴의 제2법칙을 이용한 분석 모형
- 5.8 마찰력

- 2장과 4장에서는 운동이 왜 일어나는가를 고려하지 않고 위치, 속도, 가속도로 물체의 운동을 정의 (**운동학**) *dynamics*

이제 무엇이 물체의 운동을 변화시키는가를 공부

- 고려해야 할 두 개의 중요한 요인은 물체에 가해지는 **힘**과 물체의 **질량**

이 장에서는 거의 3세기 전에 **뉴턴**(Isaac Newton, 1642-1727)에 의해
공식화된 힘과 질량에 관한 3개의 운동 법칙을 다룸
(달의 운동, 사과가 떨어짐 (만유인력).....
1665~1666년, 유럽의 흑사병 창궐, 1687년 저서 ‘프린키피아’ 발표)

-이 법칙을 이해하고 나면

“무엇이 운동 상태를 변화시키는가?”

“왜 어떤 물체가 다른 것보다 빨리 가속되는가?”의 질문에 답을 할 수 있게 됨

5.1

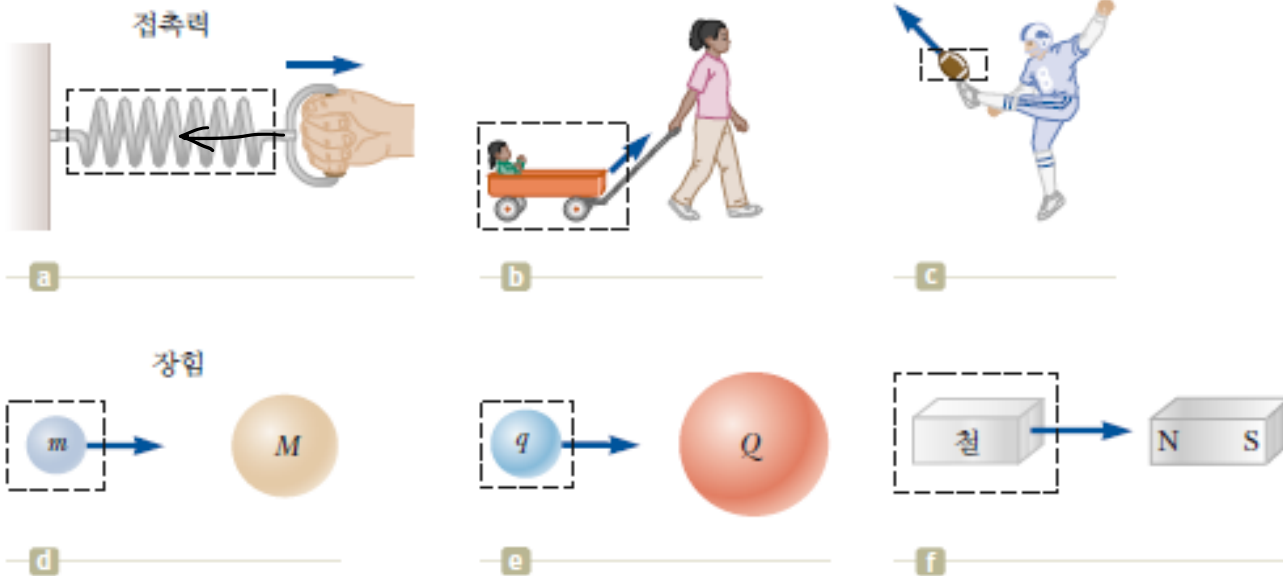
힘의 개념

The Concept of Force

중력 (만유인력)
질량사이 서로 당김

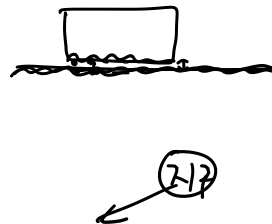
전자기력 (전하사이) { 인력
척력

힘(force): 물체의 운동 상태를 변화시킬 수 있는 작용,
알짜 힘(net force), 평형 상태(equilibrium state)



접촉력: 두 물체 사이에 물리적인 접촉을 수반하는 힘 (마찰력)

마당힘(field force): 빈 공간을 통해 작용 → 전자기, 중력



(참고) 자연에 존재하는 기본적인 힘(4가지)들은 모두 마당힘

(1) 두 물체 사이의 중력

(2) 전하와 전하 사이에 작용하는 전자기력

(3) 원자핵 내부에서 작용하는 강한 핵력 (강력)

(4) 어떤 방사성 붕괴 과정에서 나타나는 약력

미시세계 (원자 핵안)
 $10^{-13} \sim 10^{-14} \text{ m}$

고전 물리학에서는 단지 중력과 전자기력에 대해서만 고려

-우주는 Quark와 Lepton 등의 입자와 이들의 반입자로 구성

-우주에 존재하는 물질과 현상들은 이 4개의 상호작용과 이 입자들로
설명 (표준이론)

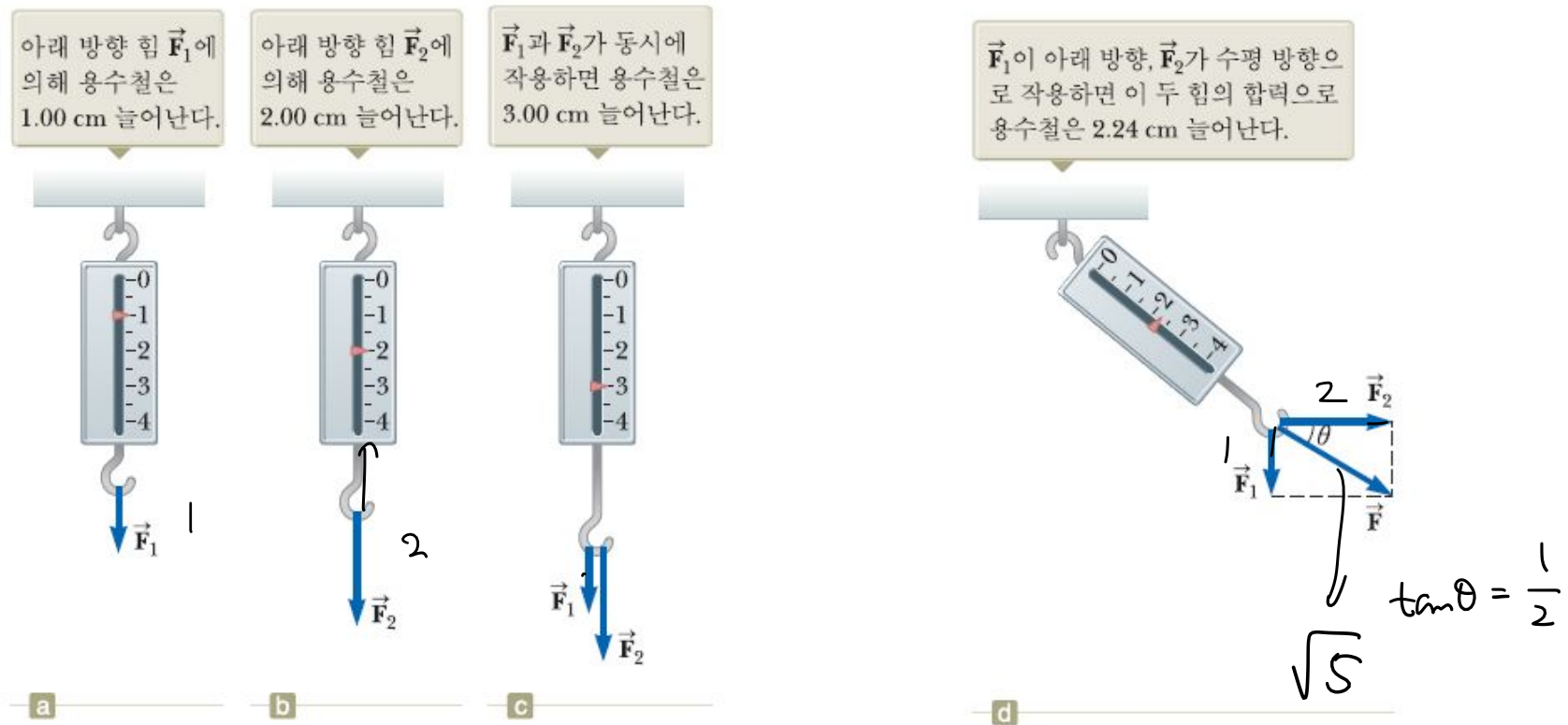
-통일장이론

-초끈이론

◆ 힘의 벡터적인 성질 방향 + 크기

한 물체에 두 힘이 작용할 때, 각 힘의 방향에 따라서 대상 물체가 받는 알짜 힘의 크기와 방향이 달라진다.

따라서, 힘은 벡터의 성질을 갖고 있음을 알 수 있다.



$$|\mathbf{F}| = 1 + 2 = 3$$

$$|\mathbf{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$$

5.2

뉴턴의 제1법칙과 관성틀

Newton's First Law and Inertial Frames

(관성의 법칙

갈릴레오)

제2법칙의 특별한 경우, $\vec{F} = 0$ $\vec{p} = \text{일정 (운동량)} = m \vec{v}$

한 물체가 다른 어떤 물체와도 상호 작용하지 않으면, 이 물체의 가속도가 영(0)이 되는 기준틀(관성틀)이 존재한다.

이러한 기준틀을 관성 기준틀(inertial frame of reference)이라고 한다.

관성틀에 대해 등속으로 움직이는 기준틀은 모두 관성틀이다.

지구는 태양 주위로 공전 운동을 하고 지구 축에 대해 자전 운동을 해서 두 회전 운동의 구심 가속도를 가지므로 관성틀이 아니다. 그러나 이 가속도는 중력 가속도 g 에 비해 매우 작아서 무시할 수 있다. 따라서 **지구와 지구 상에 고정된 좌표계를 관성틀로 취급**한다.

관성 기준틀에서 볼 때, 외력이 없다면 정지해 있는 물체는 정지 상태를 유지하고, 등속 직선 운동하는 물체는 계속해서 등속 운동 상태를 유지한다.

운동 제1법칙

5.3

질량 Mass

$$F \Rightarrow \begin{matrix} a_1 & a_1 > a_2 \\ a_2 & \boxed{m_1 < m_2} \end{matrix}$$

질량 ≠ 무게

질량(mass): 물체는 속도의 변화를 거스르려는 경향(**관성, inertia**)을 가지며 그 경향의 정도를 나타내는 물체의 속성을 질량이라고 정의함.

두 질량의 비는 작용한 힘에 의해 발생하는 가속도 크기의 역비로 정의

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

(관성) 질량
(중력) 질량
(Einstein)

$$\begin{matrix} \text{관성 질량} \downarrow & \text{중력에} \\ \text{의 힘} \\ \text{F} = m a & \\ \hline W = m g \end{matrix}$$

질량은 물체가 가지고 있는 고유 속성으로 주위 환경과 그것을 측정하는 절차에 무관하다. 또한 질량은 스칼라량이며 보통의 산술 법칙을 따른다.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

중력 질량

질량과 무게는 서로 다른 양이다. 물체의 **무게(weight)**는 그것에 작용하는 중력의 크기와 같고 물체의 위치에 따라 달라진다.

$$W = m (g) \quad \begin{matrix} \text{단위} \\ (\text{힘}) \end{matrix}$$

질량 kg

5.4

뉴턴의 제2법칙

Newton's Second Law

관성 기준틀에서 관찰할 때 물체의 가속도는 그 물체에 작용하는 알짜힘에 비례하고 물체의 질량에 반비례한다.

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

$$\vec{F} \propto \vec{a}$$

$$\boxed{\vec{F} = m \vec{a}}$$

↑
비례상수, 질량

비례상수를 1로 하면

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

운동 제2법칙

이 벡터를 성분으로 표현하면

$$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}/\text{초} \leftarrow \text{속도}}{\text{초}} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{초}^2 = \text{N}$$

$$\sum F_x = m a_x \quad \sum F_y = m a_y \quad \sum F_z = m a_z \quad \underline{\underline{1\text{N}}}$$

단위: $1\text{N} \equiv 1\text{kg} \cdot \underline{\underline{\text{m}}}/\text{s}^2 = 10^5 \text{ dyne in } \underline{\underline{\text{CGS}} \text{ unit}}$

$\underline{\underline{\text{M}}} \underline{\underline{\text{K}}} \underline{\underline{\text{S}}}$

$$\text{cm gr/s}^2$$

$10^2 \text{ m} \quad 10^3 \text{ kg}$

$$1 \text{ dyne} = 10^{-5} \text{ N}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne}$$

5.5

중력과 무게

The Gravitational Force and Weight



지구가 물체에 작용하는 인력을 **중력(gravitational force) F_g** 라 한다.

이 힘은 지구의 중심을 향하며 이 힘의 크기가 **무게(weight)**이다.

$$F = m g$$

*중력 질량($f=mg$)과 관성 질량($f=ma$)

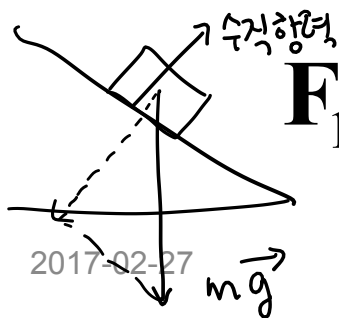
5.6

뉴턴의 제3법칙

Newton's Third Law

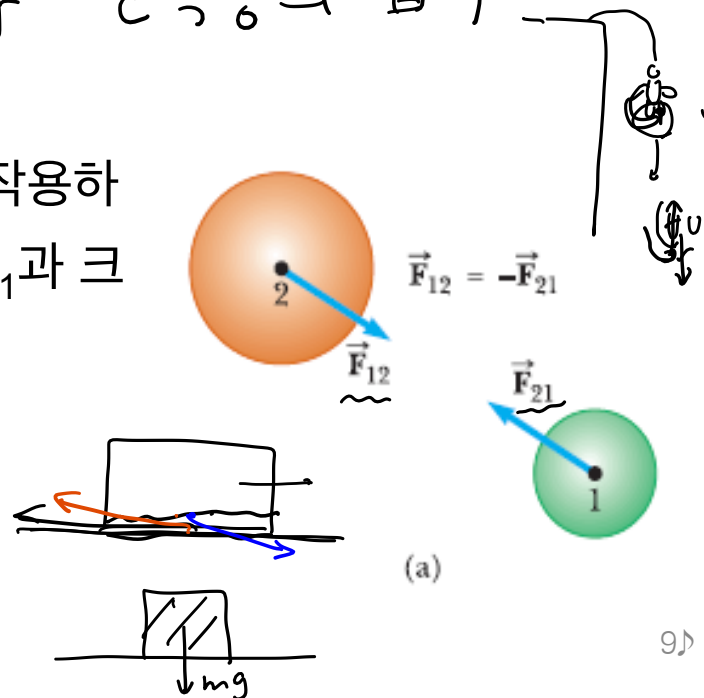
작용과 반작용의 법칙

두 물체가 상호 작용할 때, 물체 1이 물체 2에 작용하는 힘 $\mathbf{F}_{12}$ 는 물체 2가 물체 1에 작용하는 힘 $\mathbf{F}_{21}$ 과 크기는 같고 방향이 반대이다.



$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

운동 제3법칙



◆ 뉴턴의 제3법칙 예: 수직항력(normal force) n

작용력: 모니터에 작용하는 지구의 인력($F_{Em}=F_g$)

반작용력: 지구에 작용하는 모니터의 인력 (F_{mE})

$$F_{mE} = -F_{Em}$$

미시적으로 보면 모니터와 책상 표면 분자들 간에 전기력이 작용한다.

n: 한 물체가 바닥을 누르는 힘에 대한 반작용으로 주어지는 힘.

작용력: 모니터가 책상을 누르는 힘 (F_{mt})

반작용력: 책상이 모니터를 밀어 올리는 힘 ($F_{tm}=n$)

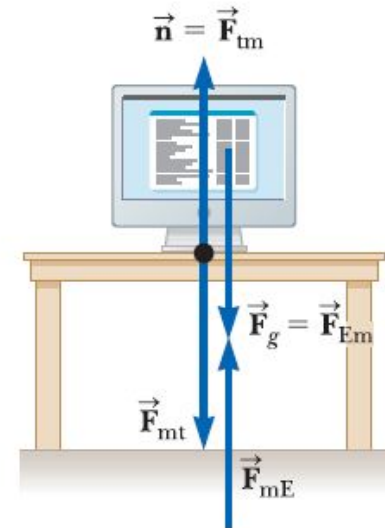
$$F_{mt} = -F_{tm}$$

모니터가 받는 힘만을 고려하면

$$\sum F = F_{tm} + F_{Em} = n + mg$$

$$n + mg = 0$$

$$\therefore n = -mg$$



5.7

뉴턴의 제2법칙을 이용한 분석 모형

Analysis Models Using Newton's Second Law

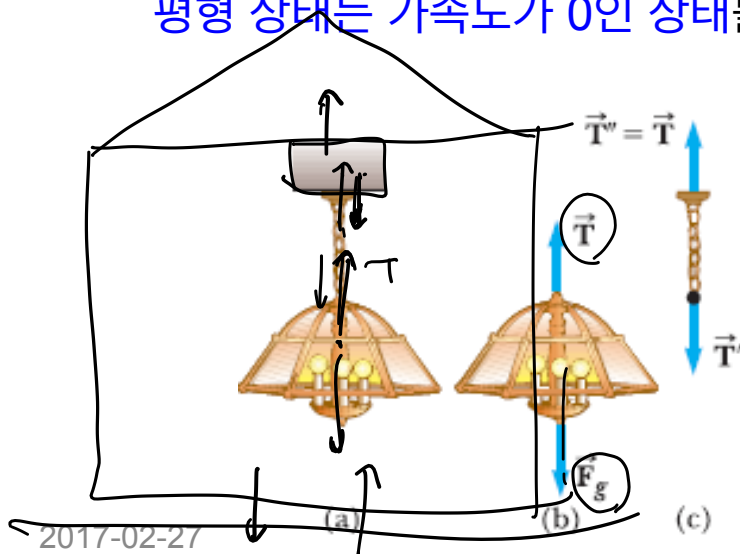
뉴턴의 법칙을 적용할 때 오직 물체에 작용하는 외력에만 관심을 갖는다.
물체를 입자로 가정하여 회전 운동은 고려하지 않는다.

별도의 언급이 없는 한 줄이나 끈의 질량도 무시한다. 이와 같은 가정에 의해
줄의 한 점에 작용하는 힘은 줄을 따라 어디에서나 일정하게 작용한다

◆ 평형 상태의 입자(The Particle in Equilibrium)♪

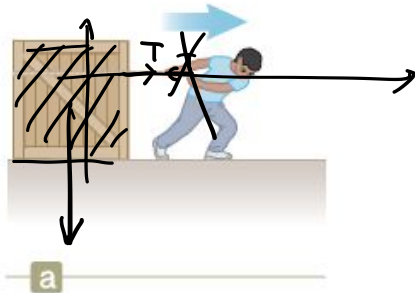
평형 상태는 가속도가 0인 상태를 말한다.

$$\sum \vec{F} = 0 = m \vec{a} \quad \underline{\underline{\vec{a} = 0}}$$

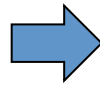
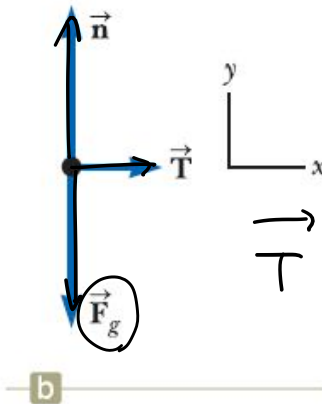


$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= T - F_g = 0 \\ \therefore T &= F_g \end{aligned}$$

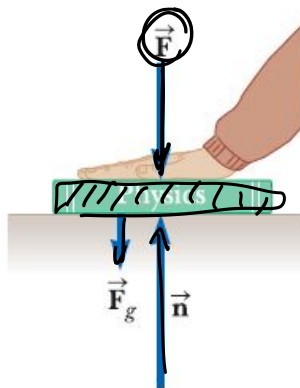
◆ 알짜힘을 받는 입자(The Particle Under a Net Force)♪



$$\sum \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$



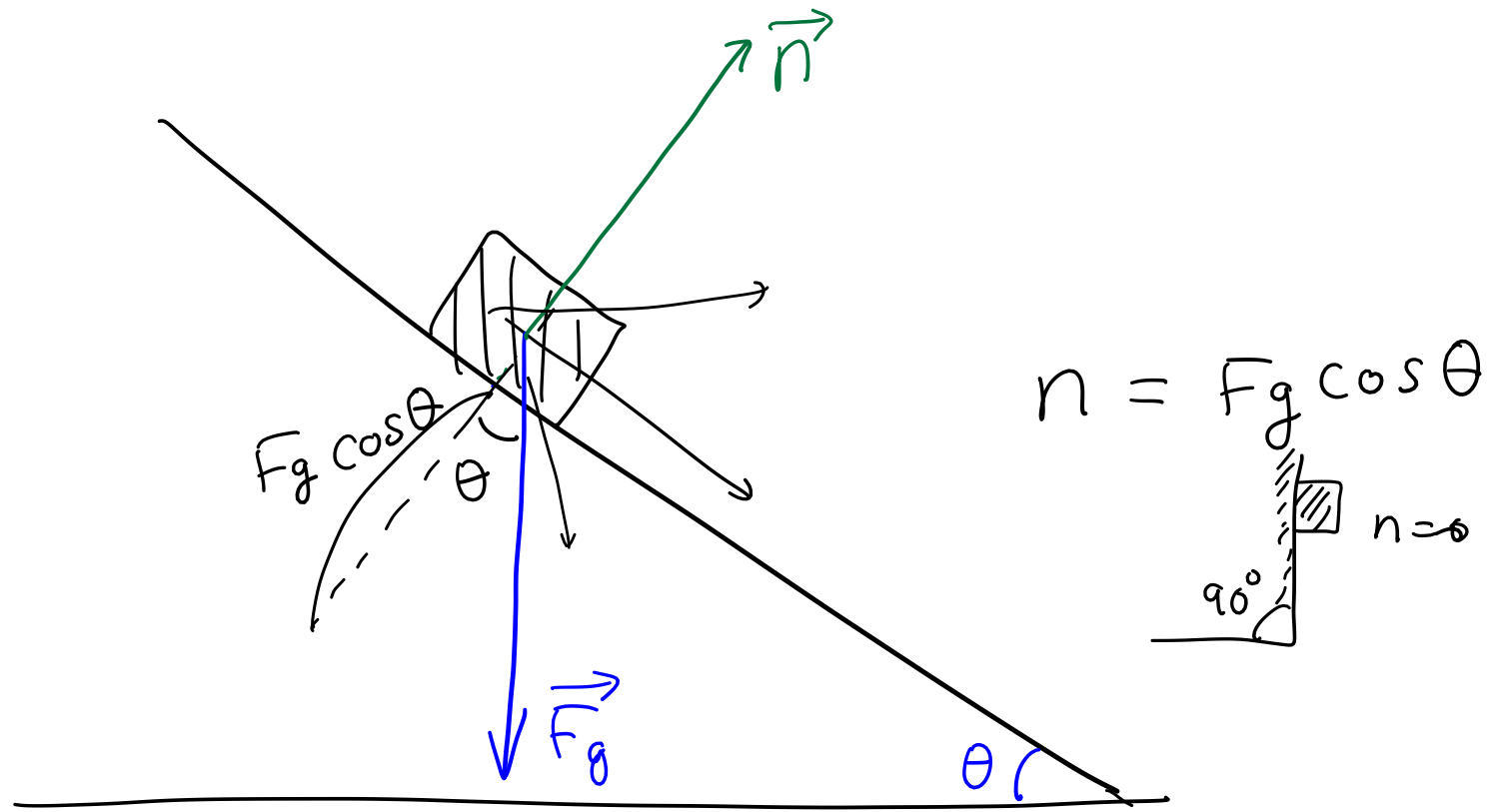
$$\begin{aligned} \sum F_x &= T = ma_x & \therefore a_x &= \frac{T}{m} \\ \sum F_y &= n - F_g = 0 & \therefore n &= F_g \end{aligned}$$



수직항력이 항상 중력과 같은 것은 아니다.

$$\sum F_y = n - F_g - F$$

$$\underline{n = (F_g) + F}$$



예제 5.2 매달려 있는 신호등

무게가 122 N인 신호등이 그림에서 처럼 세 줄에 매달려 있다. 이 두 줄은 연직 줄에 비하여 그렇게 강하지 못하여 장력이 100 N을 초과하면 끊어진다. 이 상태에서 신호등은 잘 매달려 있을 수 있을까? 아니면 둘 중 하나는 줄이 끊어질까?

신호등에서 보면(그림 (b))

$$\sum F_y = T_3 - F_g = 0$$

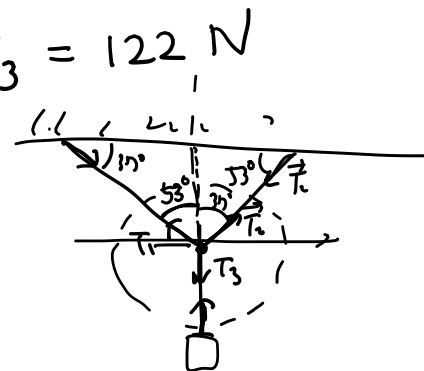
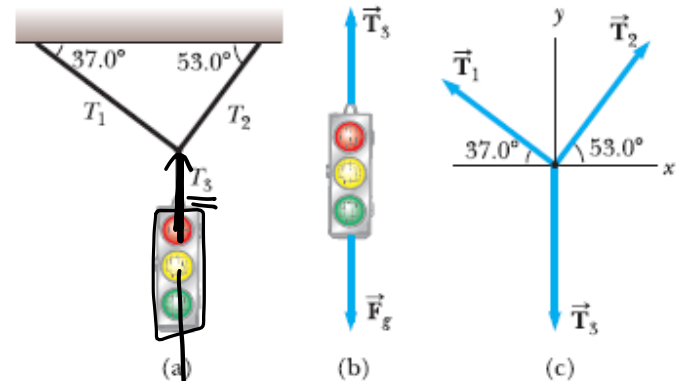
$$T_3 = F_g = 122\text{ N}$$

매듭에서 보면(그림 (c))

$$\sum F_x = -T_1 \cos 37.0^\circ + T_2 \cos 53.0^\circ = 0$$

$$\sum F_y = T_1 \sin 37.0^\circ + T_2 \sin 53.0^\circ + (-122) = 0$$

$$\therefore \underline{T_1 = 73.4\text{ N}} \quad \underline{T_2 = 97.4\text{ N}}$$



예제 5.3

미끄러지는 자동차

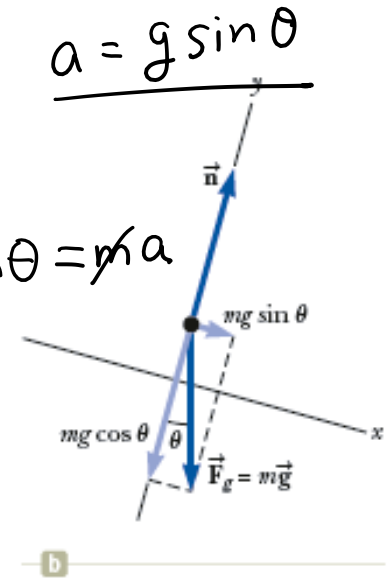
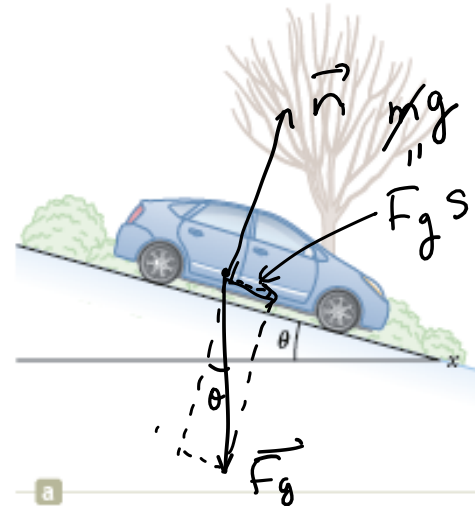
그림 5.11에서처럼 경사각이 θ 이고 비탈진 빙판길에 질량 m 인 자동차가 있다.

(A) 비탈길이 마찰이 없다고 가정하고, 자동차의 가속도를 구하라.

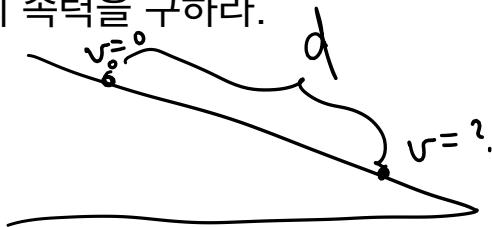
$$\sum F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$a_x = g \sin \theta$$



(B) 자동차가 정지 상태에서 비탈길 꼭대기로부터 운동을 시작하고 자동차의 앞 범퍼에서 비탈 맨 아래까지의 거리가 d 라고 가정하자. 앞 범퍼가 비탈 맨 아래에 도달하는 데 걸리는 시간과 그곳에서 자동차의 속력을 구하라.



$$v^2 - v_0^2 = 2ad$$

$$v = \sqrt{2g \sin \theta d}$$

예제 5.4

승강기 안에서 물고기의 무게 측정

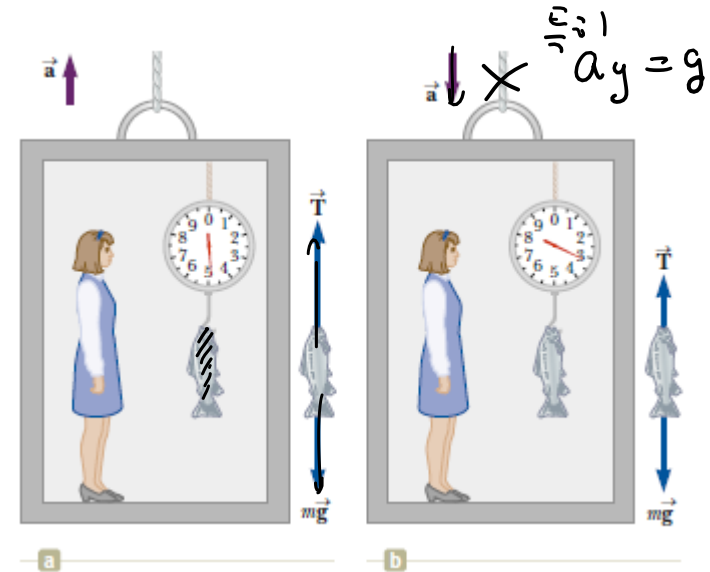
어떤 사람이 그림 5.12처럼 승강기 천장에 달려 있는 용수철저울로 질량 m 인 물고기의 무게를 측정하고 있다.

(A) 승강기가 위 또는 아래 방향으로 가속되면 용수철저울이 가리키는 눈금은 물고기의 실제 무게와 다름을 보이라.

$$\sum F_y = T - mg = ma_y$$

$$T = ma_y + mg = mg \left(\frac{a_y}{g} + 1 \right) = F_s \left(\frac{a_y}{g} + 1 \right)$$

Handwritten notes: g , $m \left(1 + \frac{a_y}{g} \right)$, > 0 "더 무겁게 느껴짐", < 0 "덜 무겁게 느껴짐"



(B) 만일 승강기가 $a_y = \pm 2.00 \text{ m/s}^2$ 으로 움직인다면 40.0 N 인 물고기에 대하여 용수철저울이 가리키는 눈금을 구하라.

위로 가속되는 경우

$$T = (40.0 \text{ N}) \left(\frac{2.00 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} + 1 \right) = \underline{48.2 \text{ N}}$$

아래로 가속되는 경우

$$T = (40.0 \text{ N}) \left(\frac{-2.00 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} + 1 \right) = \underline{31.8 \text{ N}}$$

예제 5.5

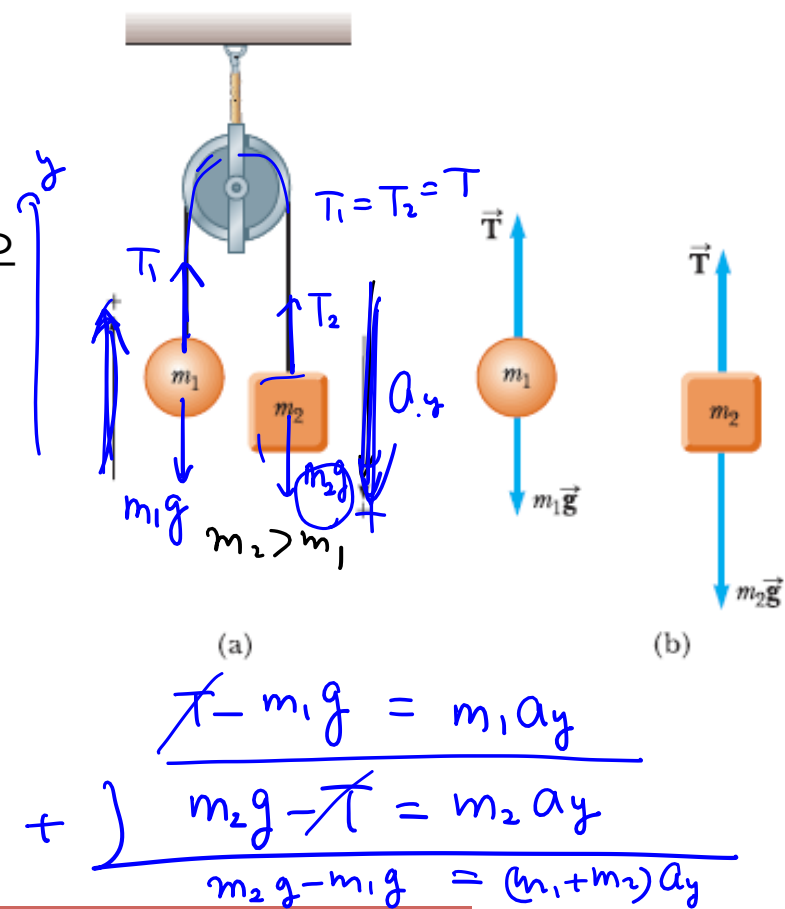
에트우드 기계

서로 다른 질량을 가진 두 물체가 그림과 같이 질량을 무시할 수 있고 마찰이 없는 도르래에 수직으로 매달려 있다. 두 물체의 가속도와 줄에 걸리는 장력을 구하라.

도르래의 질량과 마찰을 모두 무시하면 두 물체에 작용하는 장력은 같다.

물체 1: $\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$

물체 2: $\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$



$$\therefore a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$

$$\therefore T = m_1 (g + a_y) = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

예제 5.6

줄로 연결된 두 물체의 가속도

가벼운 줄에 의해 질량을 무시할 수 있고 마찰이 없는 도르래에 질량 m_1 과 m_2 인 두 물체가 연결되어 있다. 질량이 m_2 인 블록은 경사각 θ 의 비탈면에 놓여 있다. 두 물체의 가속도와 줄의 장력을 구하라.

구(m_1)에 대해 뉴턴 운동법칙을 적용하면

$$(1) \quad \sum F_x = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

블록(m_2)에 대해 뉴턴 운동법칙을 적용하면

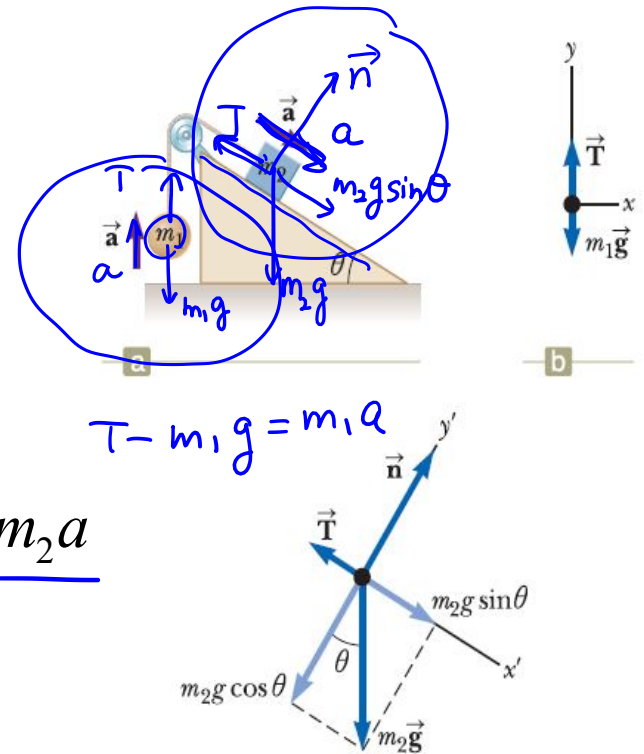
$$+ (3) \quad \sum F_{x'} = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$(4) \quad \sum F_{y'} = n - m_2 g \cos \theta = 0$$

(2)식과 (3)식에서

$$\therefore a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_2 + m_1}$$

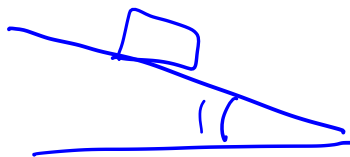
$$\therefore T = \frac{m_1 m_2 g (\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$



5.8

마찰력

Force of Friction



마찰력(force of friction) : 물체가 주위와의 상호 작용으로 받는 저항

정지 마찰력 : 물체가 움직이지 않는 상태에서 작용하는 마찰력.

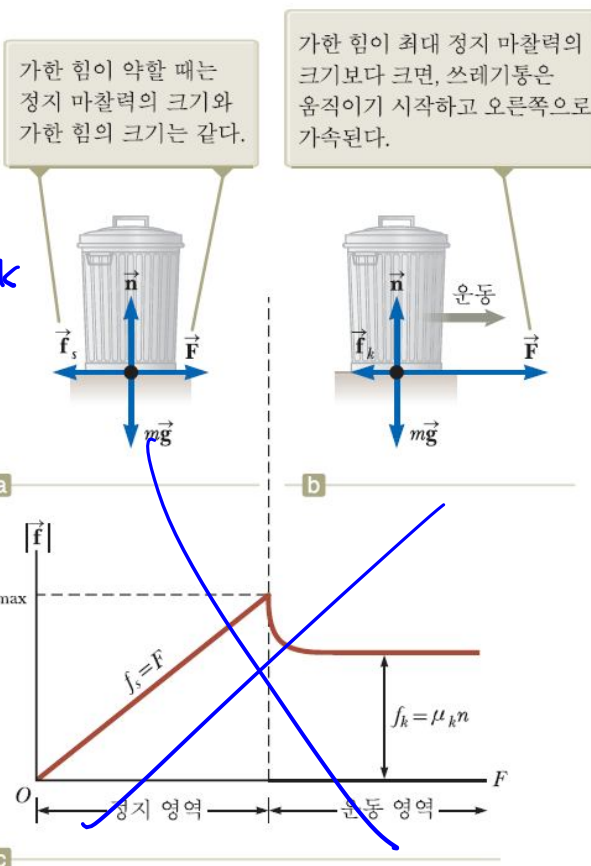
$$F_s = \mu_s n$$

$$\mu_s > \mu_k$$

운동 마찰력 : 물체가 움직이는 상태에서 작용하는 마찰력.

$$F_k = \mu_k n$$

운동 속도가 크지 않은 경우, 접촉하고 있는 두 물체 사이의 마찰력은 수직항력에 비례한다.



접촉하고 있는 두 물체 사이의 정지 마찰력

$$f_s \leq \mu_s n \quad \mu_s : \text{정지 마찰계수}$$

접촉하고 있는 두 물체 사이의 운동 마찰력

$$f_k = \mu_k n \quad \mu_k : \text{운동 마찰계수}$$

마찰력의 방향은 접촉하고 있는 물체의 표면에 평행하고 움직이는 방향과 반대이며, 정지 마찰력도 움직이려는 방향의 반대 방향으로 작용한다.

•마찰계수는 접촉면의 면적과 거의 무관하다.

이것은 면적당 수직항력을 생각해보면, 윗 식들로부터 증명할 수 있다.

표 5.1 마찰계수

	μ_s	μ_k
콘크리트 위의 고무	1.0	0.8
강철 위의 강철	0.74	0.57
강철 위의 알루미늄	0.61	0.47
유리 위의 유리	0.94	0.4
강철 위의 구리	0.53	0.36
나무 위의 나무	0.25-0.5	0.2
젖은 눈 위의 왁스칠한 나무	0.14	0.1
마른 눈 위의 왁스칠한 나무	—	0.04
금속 위의 금속(윤활유를 칠한 경우)	0.15	0.06
테플론 위의 테플론	0.04	0.04
얼음 위의 얼음	0.1	0.03
인체의 관절	0.01	0.003

주의: 모든 값은 근사값이다. 어떤 경우에는 마찰계수가 1.0을 넘기도 한다.

예제 5.7

실험으로 μ_s 와 μ_k 결정하기

그림 5.17과 같이 수평면에 대하여 기울어진 비탈면에 물체를 둔다. 이때 비탈면의 경사를 수평에서 물체가 막 미끄러질 때까지 서서히 증가시키자. 물체가 미끄러지기 시작할 때의 임계각 θ_c 를 측정하여 μ_s 를 얻을 수 있음을 보이라.

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = 0$$

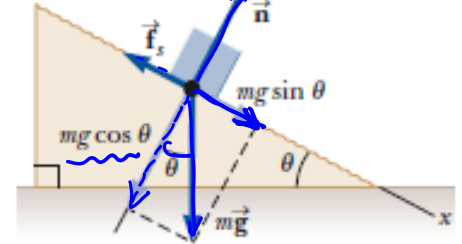
$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{n}{\cos \theta} \right) \sin \theta = n \tan \theta$$

$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

$$\mu_s = \tan \theta_c$$

$$f_s = \mu_s n = \mu_s mg \cos \theta = mg \sin \theta$$



$$\tan \theta = \mu_s$$

$$\begin{cases} \theta > \tan^{-1}(\mu_s) \rightarrow \text{slip} \\ \theta < \text{ " } \rightarrow \text{정지} \end{cases}$$

예제 5.8

마찰이 있는 경우 연결된 두 물체의 가속도

거친 수평면 위에 질량 m_1 인 블록이 가볍고 마찰없는 도르래에 걸쳐진 가벼운 줄에 의해 질량 m_2 인 구와 연결되어 있다. 수평과 이루는 각이 θ 인 방향으로 블록에 힘 F 가 작용해서 오른쪽으로 미끄러지고 있다. 블록과 표면 사이의 운동마찰계수는 μ_k 이다. 두 물체의 가속도의 크기를 구하라.

블록에 대해 뉴턴 운동법칙을 적용하면

$$(1) \quad \sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$$

$$(2) \quad \sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g = 0$$

구에 대해 뉴턴 운동법칙을 적용하면

$$(3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

$$n = m_1 g - F \sin \theta$$

$$a = \frac{F \cos \theta - m_1 g - \mu_k (m_2 g - F \sin \theta)}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore f_k = \mu_k n = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) \therefore a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - (m_2 + \mu_k m_1)g}{m_1 + m_2}$$

